Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 1

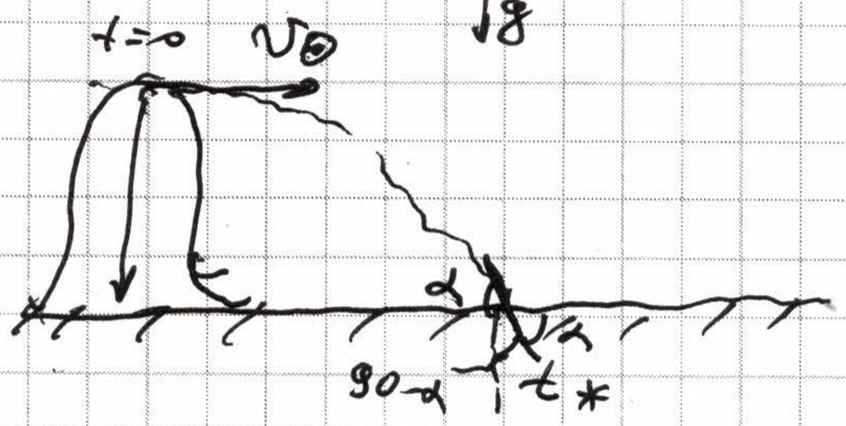
Лист работы 1 из 6

№1.

Дано:
$h = 40$ м
$g = 10$ м/с^2

v_0 – ?

Решение:

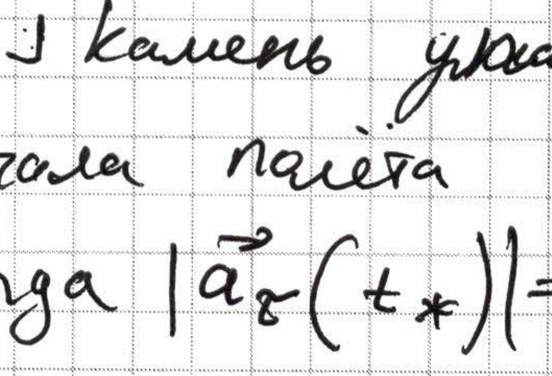


1. Камень упал на землю через время t_* после начала полёта под углом α.

Тогда $|\vec{a}_\tau(t_*)| = g\sin\alpha$

α – угол между $\vec{v}(t_*)$ и горизонтом

$\vec{v}(t_*) = \vec{v}_0 + \vec{g}t_*$ → изображу это равенство в виде векторного треугольника.



$\sin\alpha = \frac{gt_*}{v(t_*)}$

Т. Пиф-ра: $v^2(t_*) = v_0^2 + g^2\frac{2h}{g} = v_0^2 + 2gh$

2. $h = \frac{gt_*^2}{2} \Rightarrow t_* = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $\Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$

$\Rightarrow |\vec{a}_\tau(t_*)| = \frac{g\cdot\sqrt{2gh}}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = \frac{g}{\sqrt{\frac{v_0^2}{2gh} + 1}}$

Можно использовать оборот листа для записи решений

3. Модуль среднее тан. ускорение:

$$\overline{a_\tau} = \frac{\Delta v}{t_*} = \frac{v(t_*) - v_0}{t_*} = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

4. По условию:

$$\overline{a_\tau} = 0{,}75\, a_\tau(t_*)$$

$$\frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = 0{,}75 \cdot \frac{g\sqrt{2gh}}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v_0^2 + 2gh - v_0\sqrt{v_0^2 + 2gh} = 0{,}75\, g\sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v_0^2 + 2gh - v_0\sqrt{v_0^2 + 2gh} = 0{,}75 \cdot 2gh$$

$$v_0^2 + 2gh - \sqrt{v_0^4 + 2gh v_0^2} = 1{,}5gh$$

$$v_0^2 + \frac{1}{2}gh = \sqrt{v_0^4 + 2gh v_0^2} \quad / \uparrow^2$$

$$v_0^4 + \frac{g^2h^2}{4} + gh v_0^2 = v_0^4 + 2gh v_0^2$$

$$\frac{g^2h^2}{4} = gh v_0^2$$

$$\frac{gh}{4} = v_0^2 \rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{gh}{4}}}$$

$$\boxed{v_0 = \frac{\sqrt{10 \cdot 4}}{2} = 10\ \frac{м}{с}}$$

Ответ: камень бросили с начальной скоростью $\sqrt{\frac{gh}{4}} = 10\ \frac{м}{с}$.

Вариант задания 1

№2.

Дано:

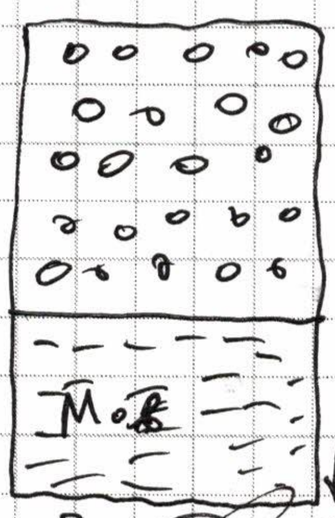
$V = 5\,л$

$p = 10^5\,Па$

$\Delta m = 3{,}55\,г.$

$m_0 - ?$

Решение:



~~Уравнение Менделеева-Клапейрона для пара в состоянии воды~~

~~$pV = \frac{m_0}{\mu} RT$~~

~~для конечного состояния воды.~~

~~$p\Delta V = \frac{m_0 - \Delta m}{\mu} RT$~~

Предполагаю, что изначально в сосуде была капельная вода, водяной пар.

1. Ур. М.-К. для пара в нач. сост.

$$V_{0п} p = \frac{m_{0п}}{\mu} RT$$

2. Пусть в нач. сост. высота уровня воды h_0

Тогда $m_{0в} = \rho h_0 S$

$\Delta m = \rho S \Delta h$

$\Rightarrow m_{вк} = \rho S (h_0 - \Delta h)$

3. Ур. М.-К. в конеч. сост. для вод. пара.

$$(V_0 + S\Delta h) p_2 = \frac{m_к}{\mu} RT$$

Предполагаю, что изначально в сосуде не было

Можно использовать оборот листа для записи решений

воды в жидком состоянии, тогда:

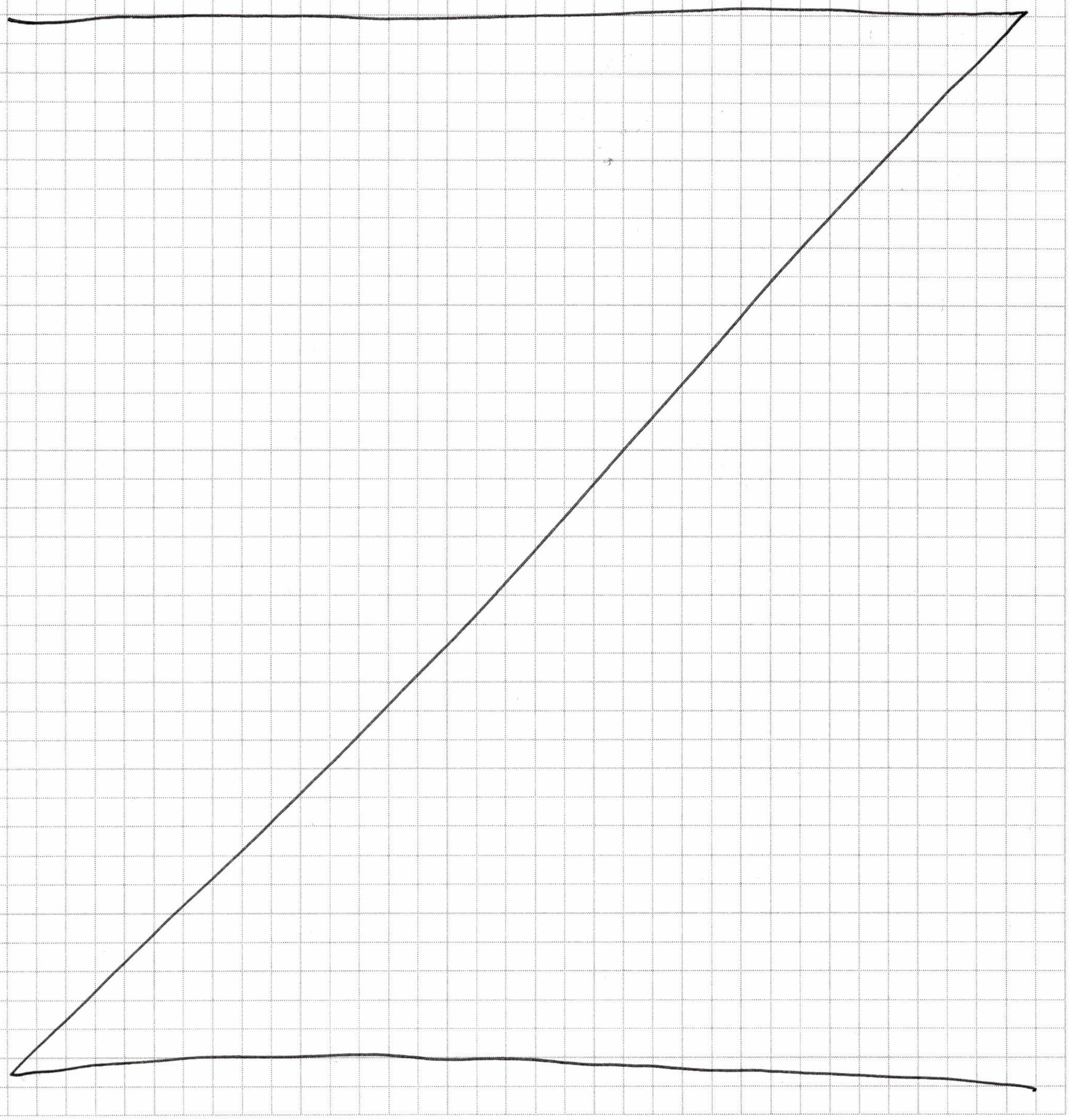
Ур. М.-К.

нач. сост.: $pV = \frac{m_0}{\mu} RT$

конеч сост. $\frac{p}{2} V = \frac{m_0 - \Delta m}{\mu} RT$

$2 = \frac{m_0}{m_0 - \Delta m}$ $\quad 2m_0 - 2\Delta m = m_0$

$m_0 = 2\Delta m = 7{,}12.$



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

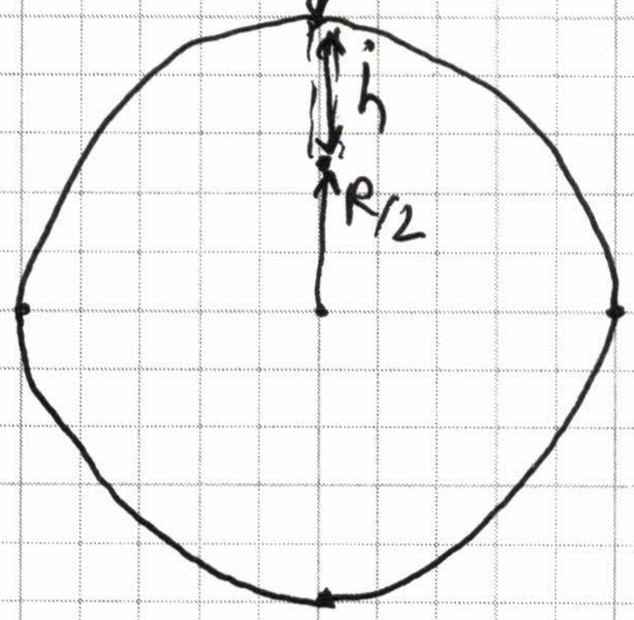
Вариант задания 1

№3.

Дано:
R
$h = \frac{R}{2}$
$H = R/2$
$V_1 = 360 \frac{м}{с}$

$V_{0min} - ?$

Решение:



1. Условие того, что $V_0 = V_{0min} \Rightarrow$ на высоте H ракета должна иметь нулевую скорость.

2. ЗСЭ:

$$\frac{m V_{0min}^2}{2} - \frac{GmM}{R/2} = -\frac{GmM}{\frac{3}{2}R}$$

$R/2 = R - h$

$\frac{3}{2}R = R + H$

$$\frac{V_{0min}^2}{2} - \frac{GM}{R/2} = -\frac{GM}{\frac{3}{2}R}$$

$$\frac{V_{0min}^2}{2} - \frac{2GM}{R} = -\frac{2GM}{3R}$$

$$V_{0min}^2 - \frac{4GM}{R} = -\frac{4GM}{3R}$$

$$V_{0min}^2 = \frac{12GM}{3R} - \frac{4GM}{3R} = \frac{8}{3}\frac{GM}{R}$$

3. По опред. 1-ой косм. скор:

$$V_1^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow V_{0min}^2 = \frac{8}{3}V_1^2$$

$$V_{0min} = V_1\sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$V_{0min} = 360 \frac{м}{с} \cdot \sqrt{\frac{8}{3}} = 587,8 \frac{м}{с}$$

Ответ: ракета должна иметь скорость $V_1\sqrt{\frac{8}{3}} \approx 587,8 \frac{м}{с}$.

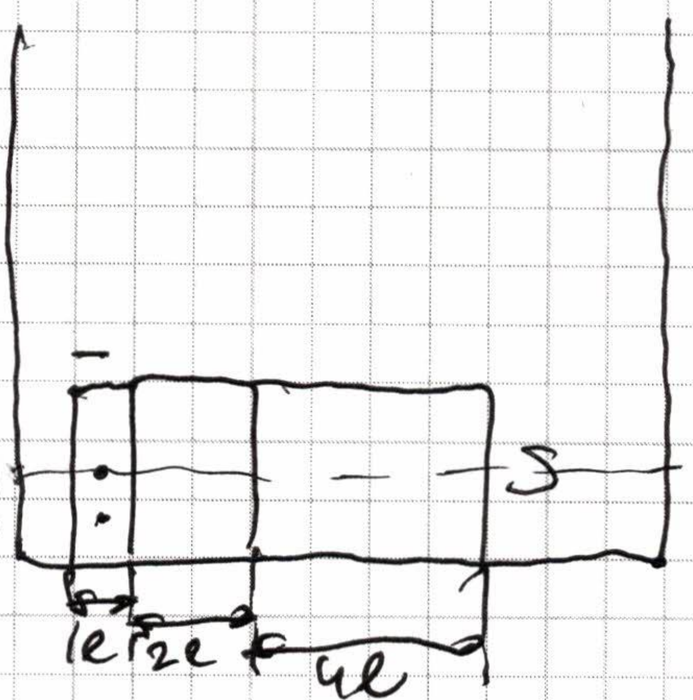
Можно использовать оборот листа для записи решений

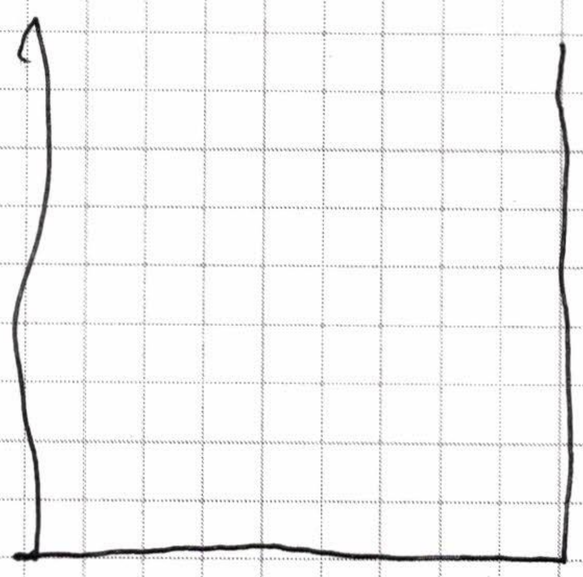
№4.

Дано:
ρ
l

h_{min} - ?

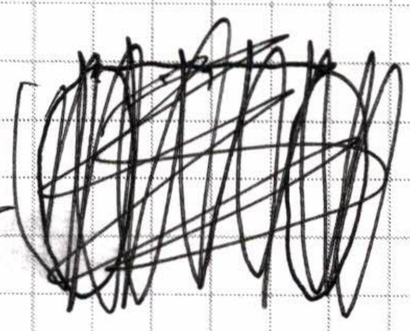
Решение:





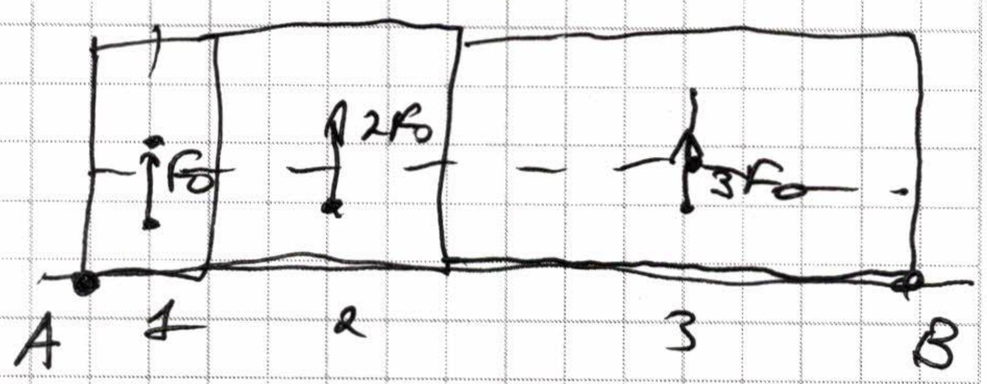
1. ↓ Площадь пол. сеч — S

↓ В сосуде вода высотой h



Тогда на каждую из ее частей действует сила Арх. $\rho V_{пог} g$

$V_{пог} \sim L$



$F_{A1} : F_{A2} : F_{A3} = 1 : 2 : 4$

$F_{A1} = F_0 \Rightarrow F_{A2} = 2F_0 \qquad F_{A3} = 3F_0$

2. Вычислю моменты сил Архимеда отн. т. A и B

$M_A = F_0 \frac{l}{2} + 2F_0 \cdot 2l + 3F_0 \cdot 5l =$

$M_A = F_0 l\, 0{,}5 + 4F_0 l + 15F_0 l = 19{,}5\, F_0 l$

$M_B = 3F_0 \cdot 2l + 2F_0 \cdot 3l + F_0 \cdot 6{,}5l = 22{,}5 F_0 l$

$M_B > M_A \Rightarrow$ цилиндр. заготовка при погружении будет вращаться отн. т. B.

N5.

Дано:
ид газ
газ

$\nu = const$

η

$\eta_1 - ?$

$\eta_2 - ?$

$\eta_{max} - ?$

Решение:

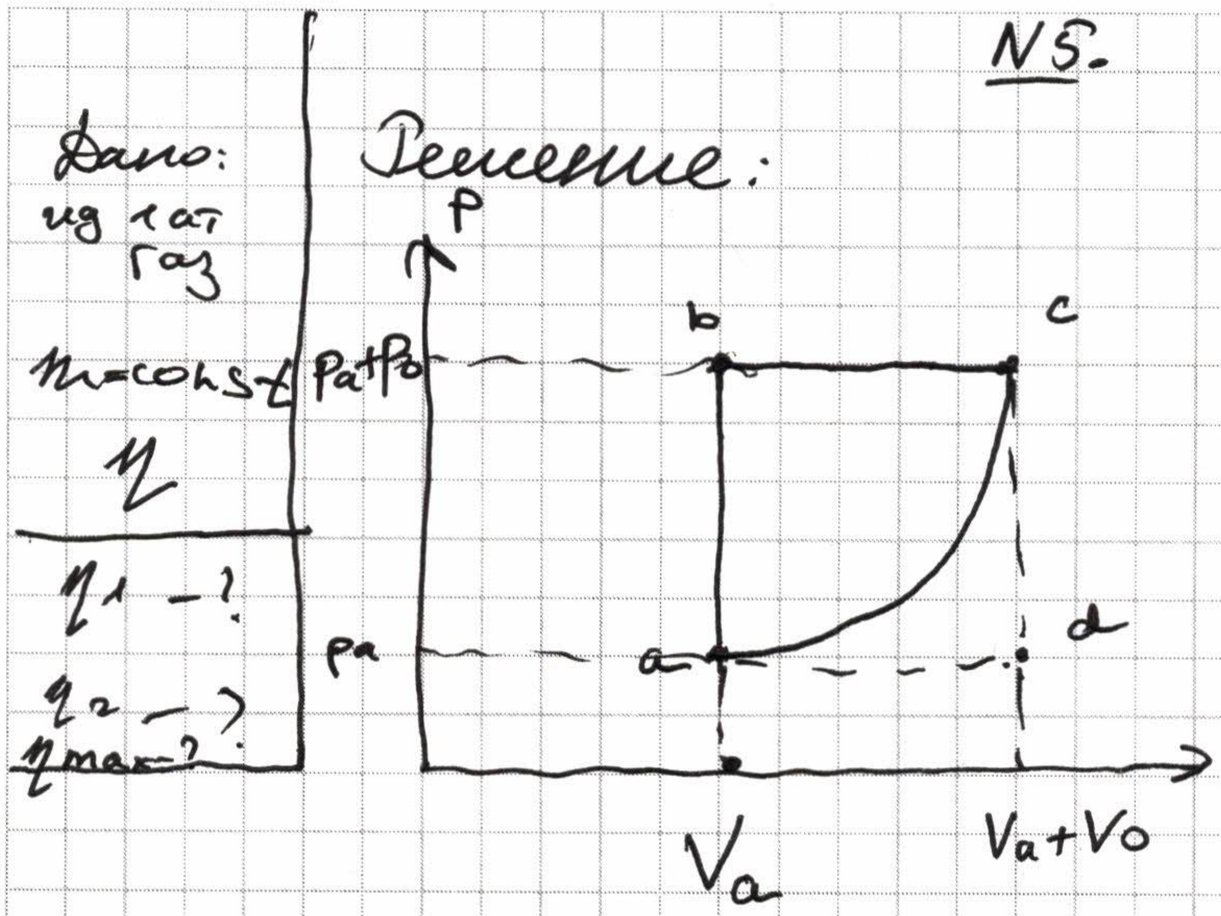


рис. 1

1. На рис. 1 представлен график в координатных осях.

2. $\eta = \frac{A}{Q_+}$ в цикле a-b-c-a теплота подводится на участ. a-b и b-c

3. $Q_{ab} = C_V \nu \Delta T = (T_b - T_a) = \frac{3}{2} \nu R (T_b - T_a) = \frac{3}{2} P_o V_a$ ($V = const$, $p \uparrow$) ($p = const$, $V \uparrow$)

ур. М.-К для т. a:

$P_a V_a = \nu R T_a$

для т. b.: $(P_a + P_o) V_a = \nu R T_b$

$\Rightarrow \nu R (T_b - T_a) = P_o V_a$

4. $Q_{bc} = C_p \nu (T_c - T_b) = \frac{5}{2} \nu R (T_c - T_b) = \frac{5}{2} (P_a + P_o) V_o$

ур. М-К. для т. C.

$(P_a + P_o)(V_a + V_o) = \nu R T_c \Rightarrow \nu R (T_c - T_b) = (P_a + P_o) V_o$

5. $A_{a-b-c-d} = \frac{1}{4} \pi V_o P_o$ (работа – площадь цикла, т.е площадь 1/4 окруж.)

$\Rightarrow \eta = \frac{0{,}25 \pi V_o P_o}{1{,}5 P_o V_a + 2{,}5 P_a V_o + 2{,}5 P_o V_o}$

6. ~~Δ~~ цикл a-c-d-a

Теплота подводится на участке a-c

$A_{a-c-d-a} = p_0V_0 - \frac{1}{4}\pi p_0V_0 =$ $(V_0 \cdot p_0)$

$= p_0V_0(1 - 0{,}25\pi)$ — I нач. тер-ки для цикла

$Q_{a-c} = \frac{3}{2}\nu R(T_c - T_a) \neq A_{a-c}$.

$\nu R(T_c - T_a) = (p_a + p_0)(V_a + V_0) - p_aV_a$

$\nu R(T_c - T_a) = p_aV_a + p_aV_0 + p_0V_a + p_0V_0 - p_aV_a$

$\nu R(T_c - T_a) = p_aV_0 + p_0V_a + p_0V_0$

$\Rightarrow Q_{acda} = A_{a-c} = A_{a-c-d-a} + p_aV_0 =$

$= p_0V_0(1 - 0{,}25\pi) + p_aV_0$

$\Rightarrow Q_{acda} = \frac{3}{2}p_aV_0 + \frac{3}{2}p_0V_a + \frac{3}{2}p_0V_0 + p_0V_0(1 - 0{,}25\pi) + p_aV_0$

$\eta_1 = \frac{p_0V_0(1 - 0{,}25\pi)}{\frac{5}{2}p_aV_0 + \frac{5}{2}p_0V_0 + \frac{3}{2}p_0V_a - p_0V_0\,0{,}25\cdot\pi}$

7. Δ цикл a-b-c-d:

Теплота в цикле a-b-c-d подводится на участках ab и bc

$\Rightarrow Q_{a-b-c-d} = Q_+ = 1{,}5p_0V_a + 1{,}5p_aV_0 + 2{,}5p_0V_0$

$A_{a-b-c-d-a} = p_0V_0$

т.е. в этом случае нужно т. а перенести в начало координат.

$\Rightarrow \boxed{\eta_a = \frac{p_0V_0}{Q_+} = 0{,}25\pi\,\eta \approx 0{,}79\,\eta}$

8. Чтобы $\eta = \eta_{max}$, знаменатель в значении η должен быть минимальным (числитель зафиксирован и равен $0{,}25\pi p_0V_0$)

знаменатель минимален, когда $V_a = 0$; $p_a = 0$

$\Rightarrow \boxed{\eta_{max} = \frac{0{,}25\pi p_0V_0}{2{,}5\,p_0V_0} = \frac{25\pi}{250} = \frac{\pi}{10} \approx 31{,}42\%}$

olymp.bmstu.ru

в этой Неисо горка неподвижна; а на каждой из брусков и горку дополнительно действуют сила $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_r$!

II ЗН для 1 тела Z_1:

$$N_2' + m_2 a_r \sin\alpha - m_2 g \cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_2' = m_2 g \cos\alpha - m_2 a_r \sin\alpha$$

II ЗН для 2 на Z_2:

$$0 = N_1' - m a_r \sin\beta - m g \cos\beta$$

$$N_1' = m a_r \sin\beta + m g \cos\beta$$

III ЗН:

$N_1' = P_1'$

$N_2' = P_2'$

$\sum F_x$ для горки на ox:

$$0 = P_2' \sin\alpha - P_1' \sin\beta - 2 m a_r$$

$$P_2' \sin\alpha = P_1' \sin\beta + 2 m a_r$$

$$(m_2 g \cos\alpha - m_2 a_r \sin\alpha)\sin\alpha = (m a_r \sin\beta + m g \cos\beta)\frac{1}{\sin\beta} + 2 m a_r$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} m g \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} m \cdot \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} a_r = m a_r \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + m g \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + 2 m a_r$$

$$\frac{3}{8} m g - \frac{\sqrt{3}}{8} m a_r = m a_r \frac{1}{2} + \frac{m g}{2} + 2 m a_r$$

$$g\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{2}\right) = a_r\left(\frac{1}{2} + 2 + \frac{\sqrt{3}}{8}\right)$$

$$\frac{-g}{8} = \frac{20+\sqrt{3}}{8} a_r$$

$$a_r = \frac{-g}{20+\sqrt{3}}$$

получили $a_r < 0$ $\Rightarrow$ предположение, что горка поедет вправо - неверно

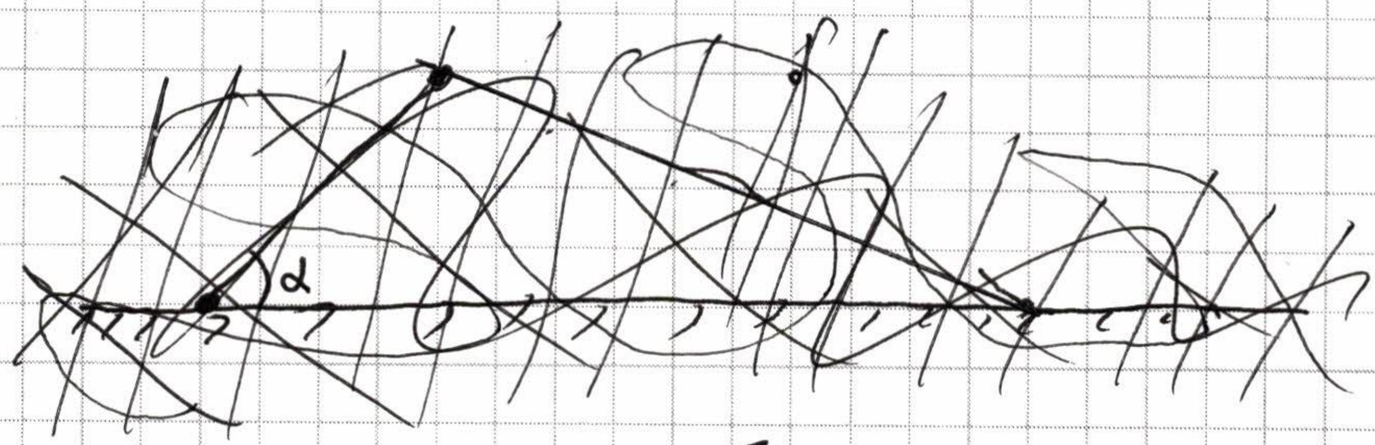
а значит горка поедет влево с ускорением

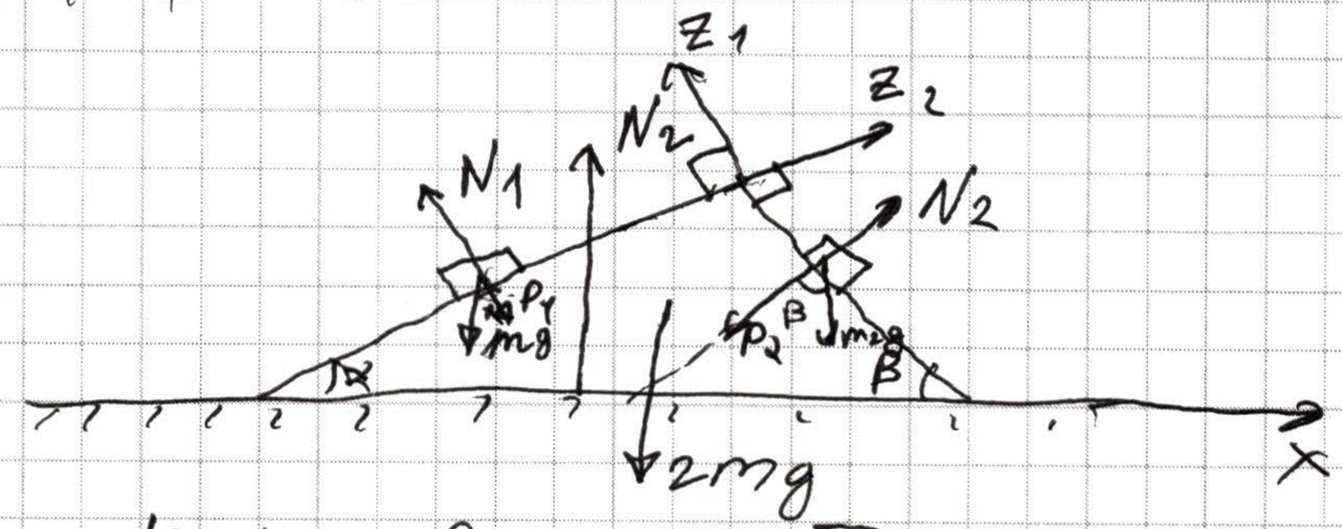
$$|a_r| = \frac{g}{20+\sqrt{3}} \approx 0{,}46 \frac{м}{с^2}$$

№6.

Дано:
$\alpha = 30°$
$\beta = 45°$
m
$m_2 - ?$
$a_2 - ?$

Решение:





1. Когда горка неподвижна; $\sum F_{x6} = 0 \Rightarrow 0 = P_1 \sin\alpha - P_2 \sin\beta$

$\Leftrightarrow P_1 \sin\alpha = P_2 \sin\beta$

2. II ЗН для:

1 на Z_1: $N_1 = mg\cos\alpha$

2 на Z_2: $N_2 = m_2 g \cos\beta$

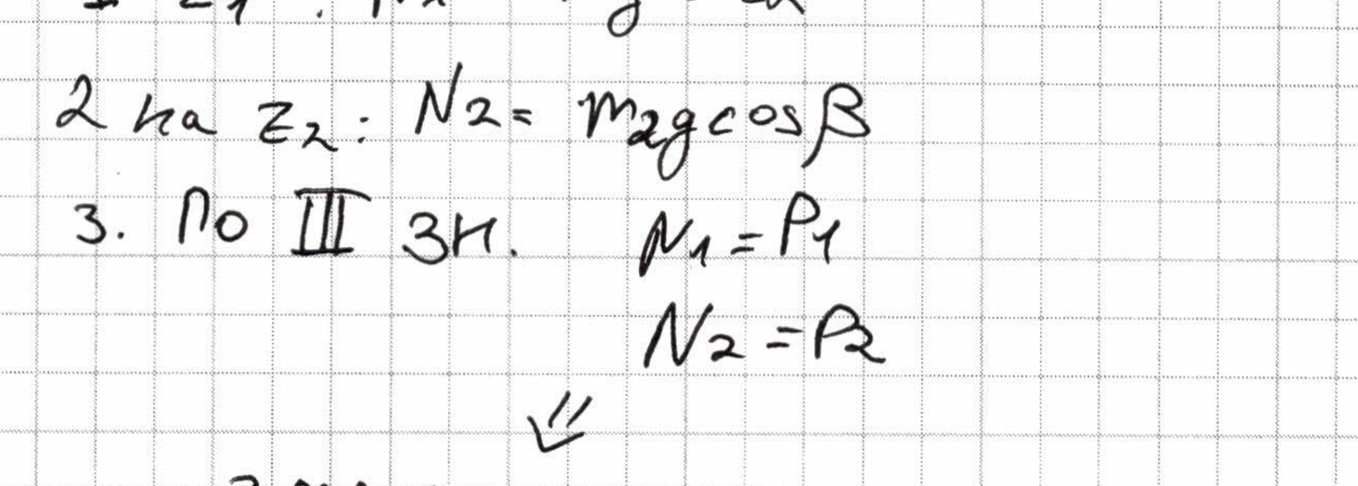
3. По III ЗН. $N_1 = P_1$

$N_2 = P_2$

$$\frac{2mg\cos\alpha\sin\alpha}{2} = \frac{2m_2 g\cos\beta\sin\beta}{2}$$

$$\Rightarrow m\sin 2\alpha = m_2 \sin 2\beta \Rightarrow \boxed{m_2 = \frac{m\sin 2\alpha}{\sin 2\beta}}$$

4.



$$m_2 = m\frac{\sin 60°}{\sin 90°}$$

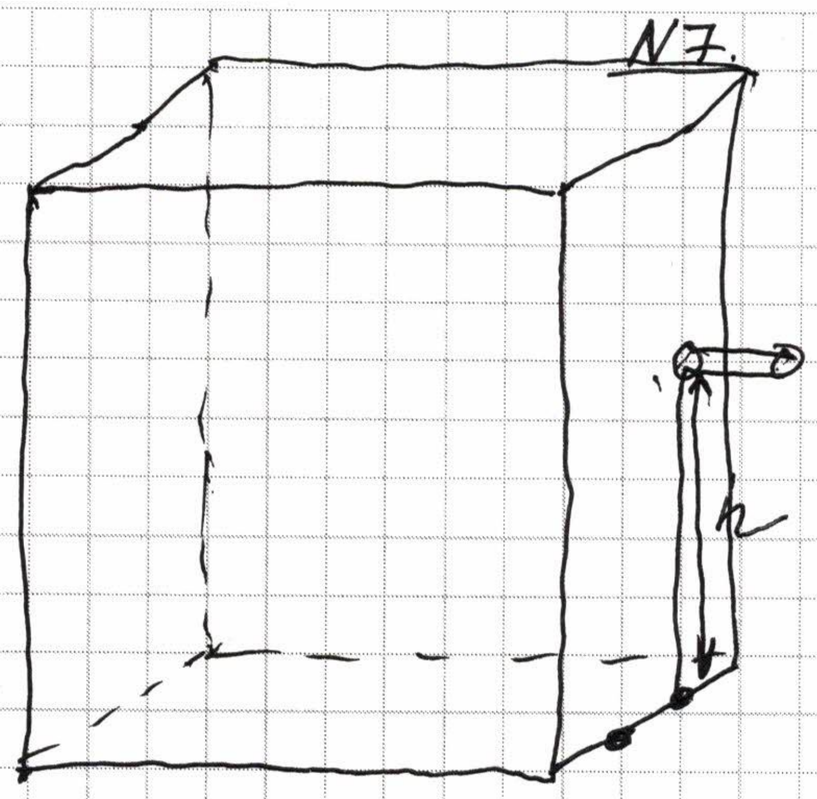
$$\boxed{m_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}m}$$

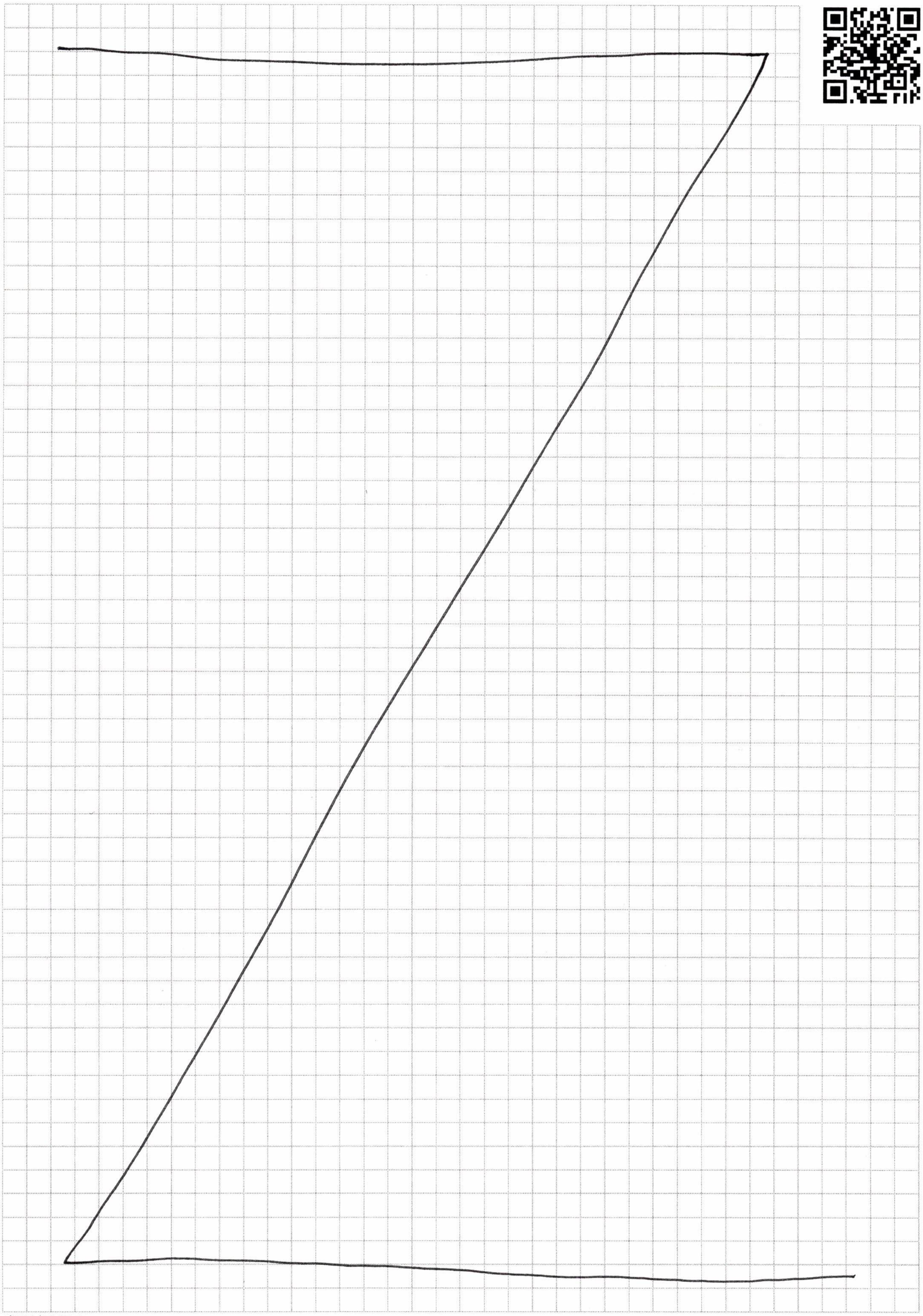
Предполагаю, что горка поедет вправо, т.к. $a_{гх} > 0$

Все дальнейшие ур-ия буду писать в Цеисо, ~~двигающейся~~ которая движется поступ. с $\vec{a_г}$!

olymp.bmstu.ru

N7.





Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания _____

Лист работы ____ из ____

Можно использовать оборот листа для записи решений

